



## Динамическая математическая программа GeoGebra

**GeoGebra** – свободно-распространяемая (GPL) среда, которая даёт возможность создавать геометрические «живые чертежи» (планиметрия, стереометрия). Кроме того, у программы богатые возможности работы с функциями (построение графиков, вычисление корней, экстремумов, интегралов и т.д.) за счёт команд встроенного языка. Данная математическая визуальная среда может отлично применяться для моделирования и визуализации физических процессов.

### Установка программы


Для выполнения построений можно скачать программу **GeoGebra Classic 6** и установить себе на компьютер (<https://www.geogebra.org/download>) или воспользоваться онлайн-версией <https://www.geogebra.org/classic>. Однако версия для компьютера даёт более богатые возможности для построения.

*Примечание.* Все приложения (калькуляторы) среды GeoGebra, кроме первой страницы сайта, имеют русскоязычный интерфейс. Первую страницу сайта при необходимости можно перевести на русский язык с помощью встроенного в браузер переводчика.



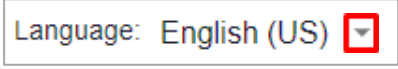

Для удобства работы в программе и публикации своих моделей в интернете рекомендуется создать свой профиль в программе или войти с помощью учетной записи Google: кнопка  (правый верхний угол окна) – .


**GeoGebra** работает в режиме «Инструмент», т.е. сначала мы выбираем действие (инструмент), а потом объекты, к которым хотим его применить.



*Примечание.* При наведении курсора на иконку выбранного инструмента всплывает подсказка.

- Клавиша **Esc** переводит любой выбранный инструмент в инструмент «Стрелка» .
- При зажатой правой кнопке мыши любой инструмент действует как «стрелка».

### Настройки внешнего вида программы

Переключение интерфейса программы на русский язык: кнопка «Настройки»  (правый угол окна) –  –  Language: English (US) , в выпадающем меню выбираем вариант «Русский» – Сохранить изменения.

Для работы с геометрическими объектами удобно выбрать режим «Геометрия» (при запуске программы либо  → Перспективы → Геометрия). Команда «Вид»

 (кнопка ) позволяет настроить (включить/убрать): панель объектов, строку

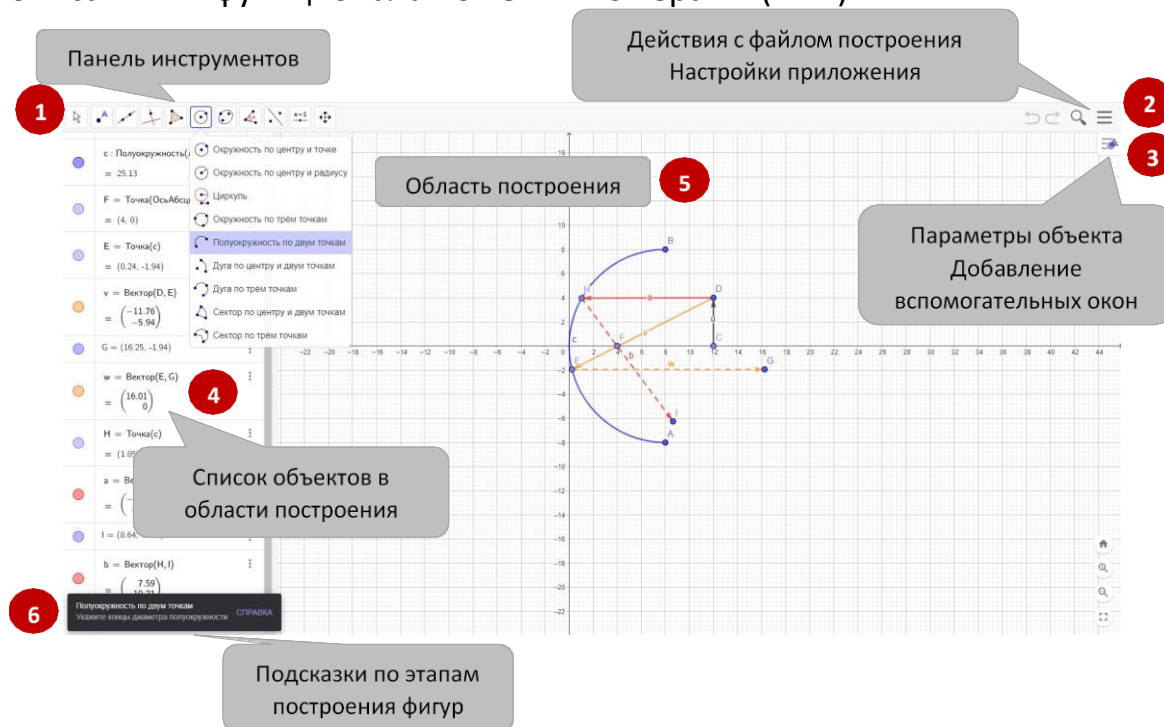












ввода, протокол (он показывает все объекты и связи в порядке возникновения), шаги построения.

*Примечание.* Можно заранее заготовить сложный чертёж и показывать ученикам его возникновение, просто листая шаги построения.

## Интерфейс программы

Окно программы условно можно разделить на области, которые для удобства описания их функционала пометим номерами ( **1** ):



<b>1</b>	Панель инструментов содержит набор команд (кнопок) по построению геометрических фигур. Каждая кнопка включает в себя группу команд, которая появляется при наведении курсора на саму кнопку
<b>2</b>	При нажатии на кнопку  откроется набор команд для работы с файлом построения: открыть файл, сохранить файл (онлайн, на компьютер, в виде файла приложения, в виде изображения), печать, поделиться онлайн-построением, настройки программы (переключение интерфейса на русский язык)
<b>3</b>	       Группа команд «Параметры объекта». При нажатии на кнопку  появляются инструменты для добавления вспомогательных окон
<b>4</b>	Панель объектов: список объектов, которые размещены в области построения. Нажав на соответствующий объект в списке, можно выделить его на чертеже
<b>5</b>	Область геометрических построений
<b>6</b>	Всплывающая подсказка для выполнения построения выбранного объекта. Также в левом нижнем углу размещена кнопка виртуальной клавиатуры  для набора математических выражений (онлайн-версия)

## Оформление

По умолчанию свободные точки имеют **синий цвет**. Точки, привязанные к объекту, — **голубой**. Полностью связанные точки (пересечение двух линий) — **чёрный цвет**. Такой же цвет текста у их названий.

Для изменения цвета, толщины и стиля объектов наводим курсор на объект и щёлкаем левой кнопкой → полоса в верхней правой части полотна →



(иногда надо сначала развернуть эту полосу,

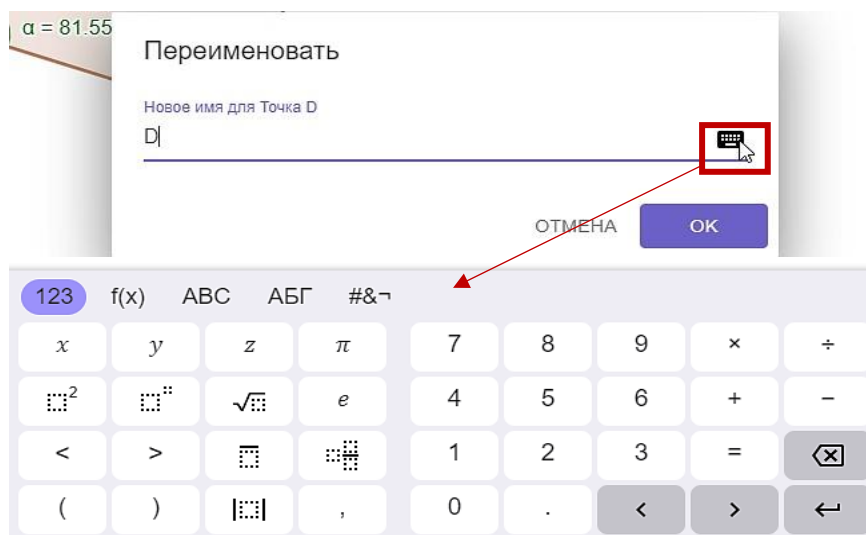
нажав на кнопку ).

Для того, чтобы показать/убрать название объекта нужно навести курсор на объект и щелкнуть на нем правой кнопкой мыши → выбрать команду «Показывать обозначение».



Для того, чтобы переименовать объект, нужно выделить объект и на клавиатуре набрать новое имя объекта буквами латинского алфавита → Ok.

*Примечание.* Если надо изначально дать объекту «собственное» название, то для дальнейшей работы легче переименовывать сразу же после его создания.

Для набора математических выражений можно использовать встроенную клавиатуру с L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-редактором (нужно щелкнуть по объекту правой кнопкой мыши → команда «Переименовать»; справа от строки ввода появится значок виртуальной клавиатуры, по которому нужно щелкнуть для добавления математического выражения.



Для того, чтобы скрыть объект нажмите **Ctrl + G**, или правой кнопкой мыши нужно щелкнуть по объекту и снять галочку «Показывать объект».


Для того, чтобы показать скрытый объект нажмите кнопку  на панели инструментов → команда «Показать/скрыть объект»  и выбрать из списка нужный объект из скрытых.

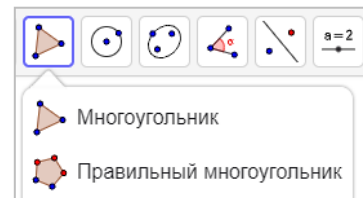
Для того, чтобы отметить штрихами отрезок (дужками угол) нужно щелкнуть по отрезку (углу) правой кнопкой мыши → команда «Настройки» → команда «Стиль» → меню «Оформление» и выбрать нужное число штрихов/дужек.


*Примечание.* «Квадратик» для прямого угла появится сам собой, если угол равен точно  $90^\circ$ .

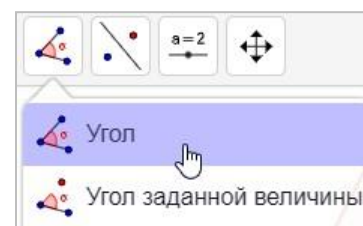
## Построения

Многоугольники и углы полезно строить как самостоятельные объекты, а не как наборы точек, отрезков и лучей.


Для построения многоугольника (треугольника, четырехугольника и т.п.) нужно нажать кнопку  (панель инструментов) и выбрать команду «Многоугольник»; далее отмечаем на чертеже положение вершин многоугольника. Заканчиваем построение щелчком по первой вершине многоугольника.



Для построения угла (и вычисления его градусной меры) нужно нажать кнопку  (панель инструментов) и выбрать команду «Угол». Далее указываются подряд: точка на первой стороне — вершина угла — точка на второй стороне; или два луча или две прямые (будет отмечен угол от первого луча до второго против часовой стрелки).



*Примечание.* Чтобы построить прямую горизонтальную, вертикальную или под углом к горизонтали, кратным  $15^\circ$ , зажмите кнопку **Alt**.

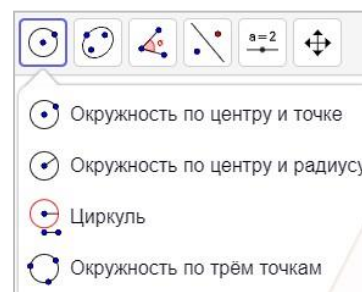
Для построения окружности используется группа команд кнопки . Окружность можно построить:


по указанию центра и точки на окружности (*Окружность по центру и точке*);

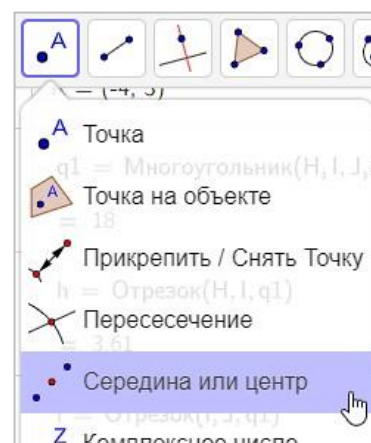
по указанию центру окружности и длины радиуса (отрезок) (*Окружность по центру и радиусу*);


окружность с фиксированной длиной радиуса и центром в указанной точке (*Циркуль*);


окружность по трем точкам на линии окружности.

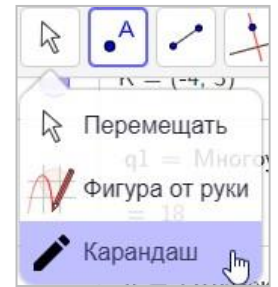



Для построения середины отрезка / центра окружности / точки пересечения медиан треугольника / центра параллелограмма / центроида (сплошного) многоугольника используйте команду «Середина или центр» (кнопка ).

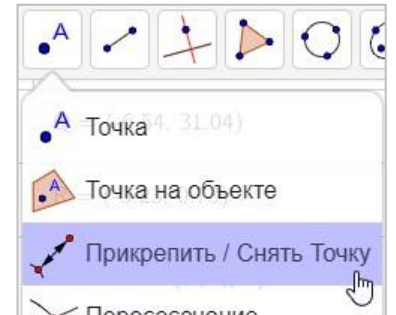


Для рисования произвольной кривой используйте команду «Карандаш» (кнопка ).

Для построения произвольной параболы / гиперболы / эллипса используйте команду «Фигура от руки» (кнопка ).





В случае, если нужно *прикрепить или снять точку с линии* используется команда «Прикрепить / снять точку» (кнопка ).



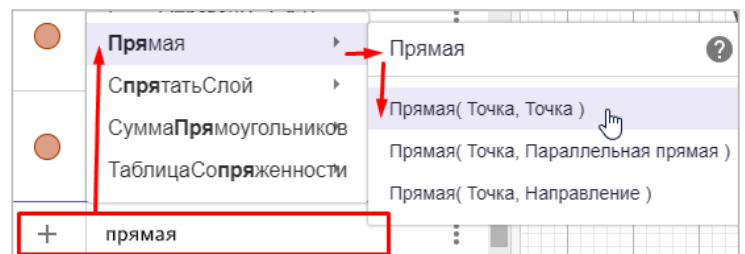
## Панель объектов

Все построения (видимые и скрытые) отображаются на панели объектов слева от чертежа.

Выделив любое построение в данной области, можно быстро:

- найти объект в области геометрических построений;
- скрыть / показать данный объект;
- удалить / продублировать данный объект (кнопка  справа от объекта);
- скорректировать внешний вид и поведение объекта (кнопка  справа от объекта – Настройки).

Внизу списка всех объектов есть пустая строка с встроенным набором команд для построения геометрических фигур и алгебраических построений (функций), т.е. можно нарисовать фигуру, используя встроенную команду. Например, нужно построить прямую КМ: для этого в строке набирается слово «прямая», далее выбирается команда «Прямая (Точка, Точка)» и вместо слов «точка» набираем с клавиатуры К и М.

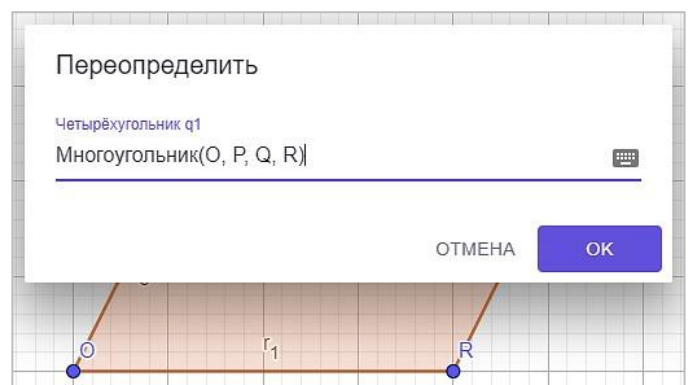


*Примечание:*

1. Точки должны уже присутствовать на чертеже.
2. Названия геометрических объектов вводятся латинскими буквами.

Нажав на пиктограмму «+» можно добавить на чертеж текстовую фразу, изображение или математическую функцию (команда «Справка»).


Двойной щелчок на геометрическом объекте в области построений позволяет скорректировать (переопределить) информацию о нем.

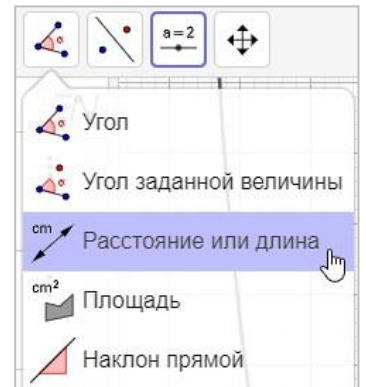





## Измерения



Помимо создания геометрических чертежей можно также выполнять (вывести на рабочую область информацию) различные измерения построенных фигур (вычислить длину отрезка, площадь треугольника и т.п.)

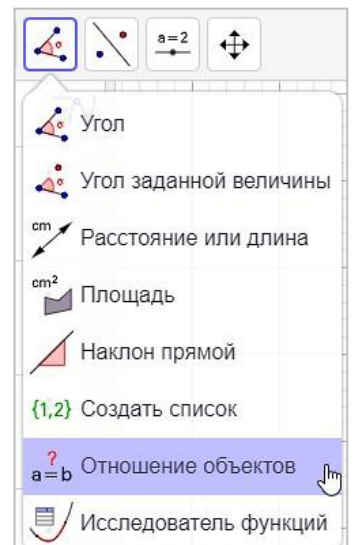
Для нахождения длины отрезка / расстояние между двумя точками / расстояние от точки до прямой / периметра многоугольника / длину окружности или замкнутой кривой используйте команду «*Расстояние или длина*» (кнопка ).





Для нахождения площади многоугольника / круга или площадь, ограниченную замкнутой кривой, используйте команду «*Площадь*» (кнопка ).

*Примечание.* Длины отрезков и площади многоугольников автоматически отображаются в панели построения (для этого многоугольник должен быть построен как объект).

Для вычисления градусной меры всех углов многоугольника используйте команду «*Угол*» (кнопка ): выбираем команду  «Угол» → выполняем щелчок по внутренней части многоугольника (для этого многоугольник должен быть построен как объект и иметь заливку).



По умолчанию все вычисления имеют точность округления – два числа после запятой. Для корректировки точности вычислений (степени округления чисел) нужно нажать  Настройки → Округление и указать нужное число разрядов.


Инструмент «*Отношение объектов*» (кнопка ) показывает связь между двумя родственными объектами, например, совпадение двух точек; принадлежность точки прямой или окружности; совпадение, параллельность или перпендикулярность прямых; касание прямой и окружности или двух окружностей; равенство площадей двух многоугольников и т.п.

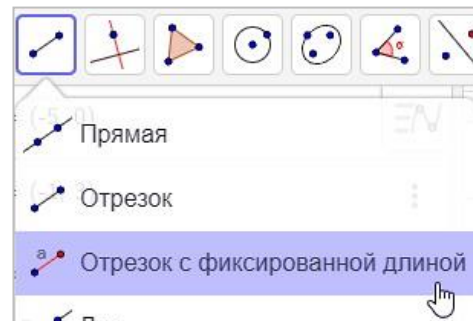
## Вычисления

В пустой строке на панели объектов можно выполнять математические вычисления с измерениями геометрических объектов, находящихся на чертеже.

Например, надо вычислить значение выражения  $g_1f + d^2$ , где  $g$ ,  $f$ ,  $d$  – длины отрезков. В строке набираем (можно при помощи встроенной клавиатуры):  $g_1*f + d^2 \rightarrow \text{Enter}$ . Результат вычисления появится в панели объектов. Для удобства его можно мышью переместить данную информацию на чертеж (так же можно сделать с любой строкой из панели объектов).

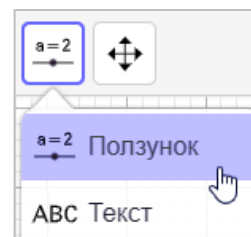
$a = g_1 f + d^2$
$= 37.62$

*Примечание.* Если надо визуализировать изучаемую величину, удобно использовать инструмент «Отрезок с фиксированной длиной» (кнопка ) , ведь в качестве его длины можно ввести любую величину или выражение.




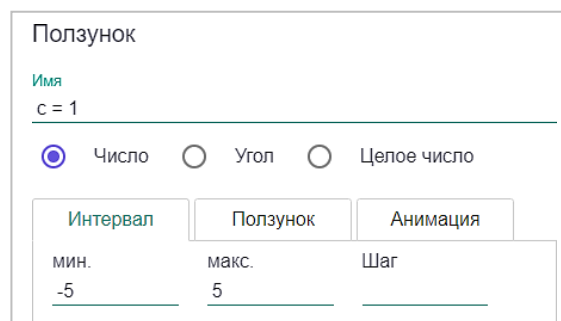
### Ползунки

Ползунок (параметр) может понадобиться, если в задаче есть численный параметр, который удобнее варьировать отдельно от самой фигуры (например, количество сторон правильного многоугольника).

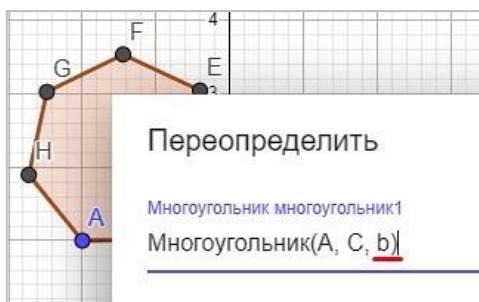


Для того, что добавить ползунок на чертеж используется

команда «Ползунок» (кнопка ) . После указания места на чертеже для ползунка появится окно с его настройками, которые можно корректировать: имя, величина (число или градусная мера), интервал, шаг и др.

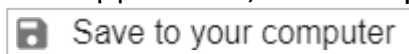


*Примечание.* Ползунок возникает также в панели объектов, если при построении объектов используется не числовое значение, а буквенная величина.

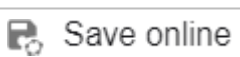



### Сохранение / Представление результатов


Для того, что сохранить результаты своей работы используется команда



(кнопка  (правый верхний угол окна)).

Также свой чертеж можно сохранить онлайн и потом поделиться им с учащимися (команда  ). Чертеж загружается в библиотеку на сайте Geogebra.org. В облаке чертежи можно сопроводить текстами и объединить в папку или в книгу GeoGebra Book, разбитую на главы (например, так организованы чертежи к книге <https://www.geogebra.org/m/Xys8au43>).

Также можно настраивать доступ к чертежу и давать ссылку на него (кнопка  → команда «Поделиться»).

Также чертеж можно сохранять в других форматах (кнопка  → команда «Экспорт в виде...»).