



Динамическая математическая программа GeoGebra

GeoGebra – свободно-распространяемая (GPL) среда, которая даёт возможность создавать геометрические «живые чертежи» (планиметрия, стереометрия). Кроме того, у программы богатые возможности работы с функциями (построение графиков, вычисление корней, экстремумов, интегралов и т.д.) за счёт команд встроенного языка.

Установка программы


Для выполнения построений можно скачать программу **GeoGebra Classic 6** и установить себе на компьютер (<https://www.geogebra.org/download>) или воспользоваться онлайн-версией <https://www.geogebra.org/classic>. Однако версия для компьютера даёт более богатые возможности для построения.

Примечание. Все приложения (калькуляторы) среды GeoGebra, кроме первой страницы сайта, имеют русскоязычный интерфейс. Первую страницу сайта при необходимости можно перевести на русский язык с помощью встроенного в браузер переводчика.



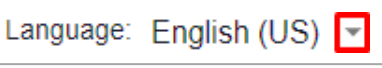
Для удобства работы в программе и публикации своих моделей в интернете рекомендуется создать свой профиль в программе или войти с помощью учетной записи Google: кнопка  (правый верхний угол окна) – .




Geogebra работает в режиме «Инструмент», т.е. сначала мы выбираем действие (инструмент), а потом объекты, к которым хотим его применить.

Примечание. При наведении курсора на иконку выбранного инструмента всплывает подсказка.

- Клавиша **Esc** переводит любой выбранный инструмент в инструмент «Стрелка» .
- При зажатой правой кнопке мыши любой инструмент действует как «стрелка».

Настройки внешнего вида программы

Переключение интерфейса программы на русский язык: кнопка «Настройки»  (правый угол окна) –  – , в выпадающем меню выбираем вариант «Русский» – Сохранить изменения.

Для работы с геометрическими объектами удобно выбрать режим «Геометрия» (при запуске программы либо  → Перспективы → Геометрия). Команда «Вид»  (кнопка ) позволяет настроить (включить/убрать): панель объектов, строку

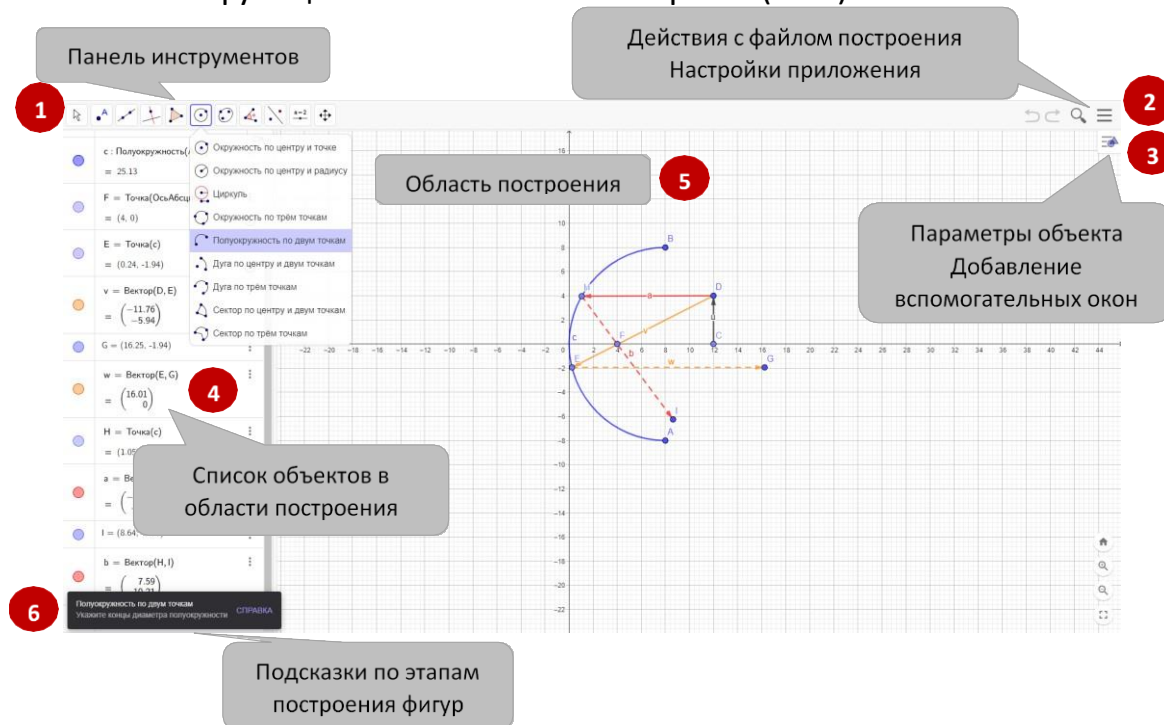






ввода, протокол (он показывает все объекты и связи в порядке возникновения), шаги построения.

Примечание. Можно заранее заготовить сложный чертёж и показывать ученикам его возникновение, просто листая шаги построения.

Интерфейс программы

Окно программы условно можно разделить на области, которые для удобства описания их функционала пометим номерами (1):



1	Панель инструментов содержит набор команд (кнопок) по построению геометрических фигур. Каждая кнопка включает в себя группу команд, которая появляется при наведении курсора на саму кнопку
2	При нажатии на кнопку  откроется набор команд для работы с файлом построения: открыть файл, сохранить файл (онлайн, на компьютер, в виде файла приложения, в виде изображения), печать, поделиться онлайн-построением, настройки программы (переключение интерфейса на русский язык)
3	 Группа команд «Параметры объекта». При нажатии на кнопку  появляются инструменты для добавления вспомогательных окон
4	Панель объектов: список объектов, которые размещены в области построения. Нажав на соответствующий объект в списке, можно выделить его на чертеже
5	Область геометрических построений
6	Всплывающая подсказка для выполнения построения выбранного объекта. Также в левом нижнем углу размещена кнопка виртуальной клавиатуры  для набора математических выражений (онлайн-версия)

Оформление

По умолчанию свободные точки имеют **синий цвет**. Точки, привязанные к объекту, — **голубой**. Полностью связанные точки (пересечение двух линий) — **чёрный цвет**. Такой же цвет текста у их названий.

Для изменения цвета, толщины и стиля объектов наводим курсор на объект и щёлкаем левой кнопкой → полоса в верхней правой части полотна →



(иногда надо сначала развернуть эту полосу,

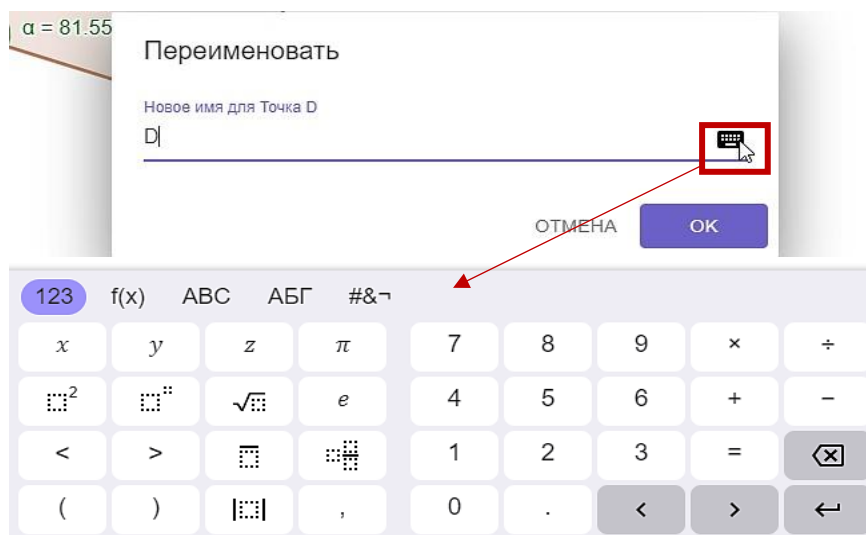
нажав на кнопку ).

Для того, чтобы показать/убрать название объекта нужно навести курсор на объект и щелкнуть на нем правой кнопкой мыши → выбрать команду «Показывать обозначение».



Для того, чтобы переименовать объект, нужно выделить объект и на клавиатуре набрать новое имя объекта буквами латинского алфавита → Ok.

Примечание. Если надо изначально дать объекту «собственное» название, то для дальнейшей работы легче переименовывать сразу же после его создания.

Для набора математических выражений можно использовать встроенную клавиатуру с L^AT_EX-редактором (нужно щелкнуть по объекту правой кнопкой мыши → команда «Переименовать»; справа от строки ввода появится значок виртуальной клавиатуры, по которому нужно щелкнуть для добавления математического выражения.



Для того, чтобы скрыть объект нажмите **Ctrl + G**, или правой кнопкой мыши нужно щелкнуть по объекту и снять галочку «Показывать объект».


Для того, чтобы показать скрытый объект нажмите кнопку  на панели инструментов → команда «Показать/скрыть объект»  и выбрать из списка нужный объект из скрытых.

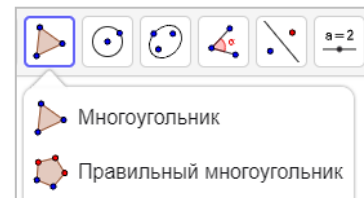
Для того, чтобы отметить штрихами отрезок (дужками угол) нужно щелкнуть по отрезку (углу) правой кнопкой мыши → команда «Настройки» → команда «Стиль» → меню «Оформление» и выбрать нужное число штрихов/дужек.


Примечание. «Квадратик» для прямого угла появится сам собой, если угол равен точно 90° .

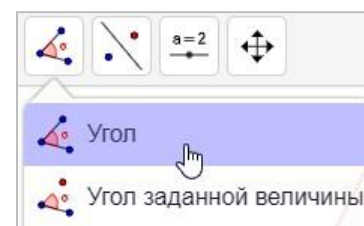
Построения

Многоугольники и углы полезно строить как самостоятельные объекты, а не как наборы точек, отрезков и лучей.


Для построения многоугольника (треугольника, четырехугольника и т.п.) нужно нажать кнопку  (панель инструментов) и выбрать команду «Многоугольник»; далее отмечаем на чертеже положение вершин многоугольника. Заканчиваем построение щелчком по первой вершине многоугольника.



Для построения угла (и вычисления его градусной меры) нужно нажать кнопку  (панель инструментов) и выбрать команду «Угол». Далее указываются подряд: точка на первой стороне — вершина угла — точка на второй стороне; или два луча или две прямые (будет отмечен угол от первого луча до второго против часовой стрелки).



Примечание. Чтобы построить прямую горизонтальную, вертикальную или под углом к горизонтали, кратным 15° , нажмите кнопку **Alt**.

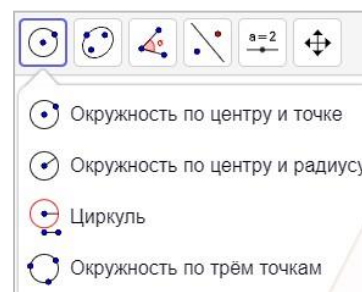
Для построения окружности используется группа команд кнопки . Окружность можно построить:


по указанию центра и точки на окружности (*Окружность по центру и точке*);

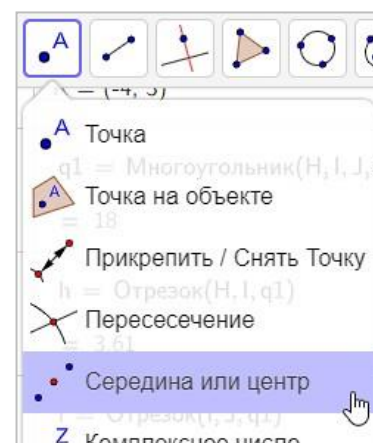
по указанию центру окружности и длины радиуса (отрезок) (*Окружность по центру и радиусу*);


окружность с фиксированной длиной радиуса и центром в указанной точке (*Циркуль*);


окружность по трем точкам на линии окружности.

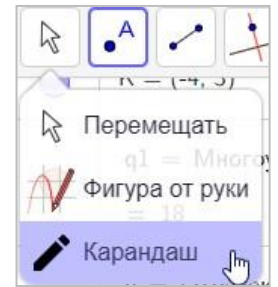



Для построения середины отрезка / центра окружности / точки пересечения медиан треугольника / центра параллелограмма / центроида (сплошного) многоугольника используйте команду «Середина или центр» (кнопка ).

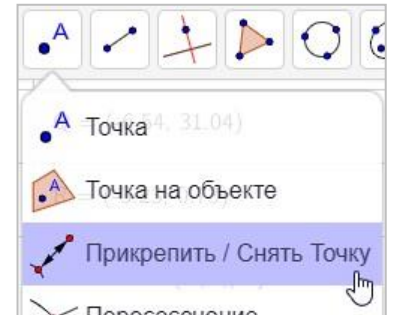


Для рисования произвольной кривой используйте команду «Карандаш» (кнопка ).

Для построения произвольной параболы / гиперболы / эллипса используйте команду «Фигура от руки» (кнопка ).





В случае, если нужно *прикрепить или снять точку с линии* используется команда «Прикрепить / снять точку» (кнопка ).



Панель объектов

Все построения (видимые и скрытые) отображаются на панели объектов слева от чертежа.

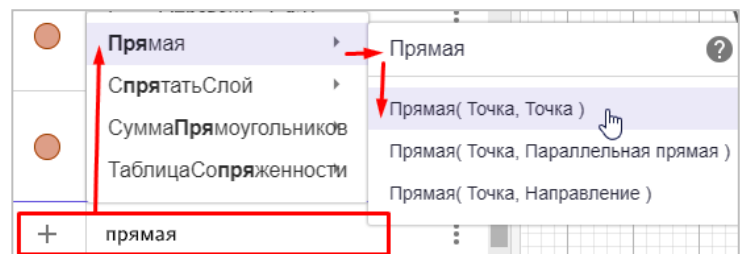
Выделив любое построение в данной области, можно быстро:

- найти объект в области геометрических построений;
- скрыть / показать данный объект;
- удалить / продублировать данный объект (кнопка  справа от объекта);
- скорректировать внешний вид и поведение объекта (кнопка  справа от объекта – Настройки).

Внизу списка всех объектов есть пустая строка с встроенным набором команд для построения геометрических фигур и алгебраических построений (функций), т.е. можно нарисовать фигуру, используя встроенную команду. Например, нужно построить прямую КМ: для этого в строке набирается слово «прямая», далее выбирается команда «Прямая (Точка, Точка)» и вместо слов «точка» набираем с клавиатуры К и М.

Примечание:

1. Точки должны уже присутствовать на чертеже.
2. Названия геометрических объектов вводятся латинскими буквами.




Нажав на пиктограмму «+» можно добавить на чертеж текстовую фразу, изображение или математическую функцию (команда «Справка»).

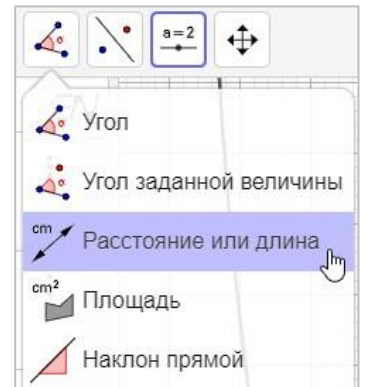
Двойной щелчок на геометрическом объекте в области построений позволяет скорректировать (переопределить) информацию о нем.




Измерения



Помимо создания геометрических чертежей можно также выполнять (вывести на рабочую область информацию) различные измерения построенных фигур (вычислить длину отрезка, площадь треугольника и т.п.)

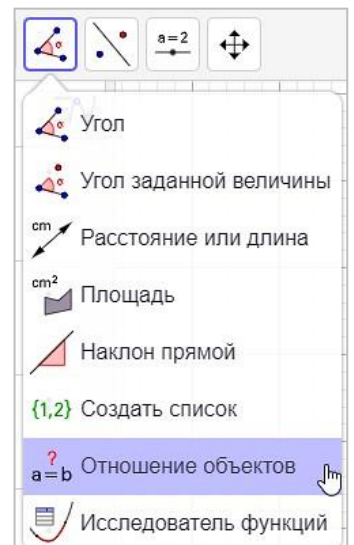
Для нахождения длины отрезка / расстояние между двумя точками / расстояние от точки до прямой / периметра многоугольника / длину окружности или замкнутой кривой используйте команду «*Расстояние или длина*» (кнопка ).





Для нахождения площади многоугольника / круга или площадь, ограниченную замкнутой кривой, используйте команду «*Площадь*» (кнопка ).

Примечание. Длины отрезков и площади многоугольников автоматически отображаются в панели построения (для этого многоугольник должен быть построен как объект).

Для вычисления градусной меры всех углов многоугольника используйте команду «*Угол*» (кнопка ): выбираем команду  «Угол» → выполняем щелчок по внутренней части многоугольника (для этого многоугольник должен быть построен как объект и иметь заливку).



По умолчанию все вычисления имеют точность округления – два числа после запятой. Для корректировки точности вычислений (степени округления чисел) нужно нажать  Настройки → Округление и указать нужное число разрядов.


Инструмент «*Отношение объектов*» (кнопка ) показывает связь между двумя родственными объектами, например, совпадение двух точек; принадлежность точки прямой или окружности; совпадение, параллельность или перпендикулярность прямых; касание прямой и окружности или двух окружностей; равенство площадей двух многоугольников и т.п.

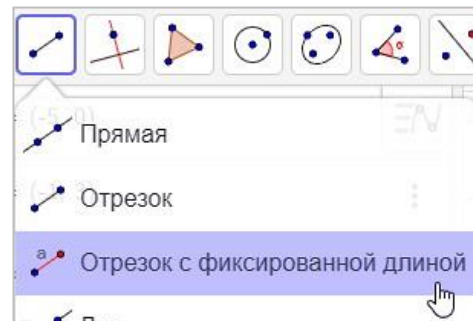
Вычисления

В пустой строке на панели объектов можно выполнять математические вычисления с измерениями геометрических объектов, находящихся на чертеже.

Например, надо вычислить значение выражения $g_1f + d^2$, где g , f , d – длины отрезков. В строке набираем (можно при помощи встроенной клавиатуры): $g_1*f + d^2 \rightarrow \text{Enter}$. Результат вычисления появится в панели объектов. Для удобства его можно мышью переместить данную информацию на чертеж (так же можно сделать с любой строкой из панели объектов).

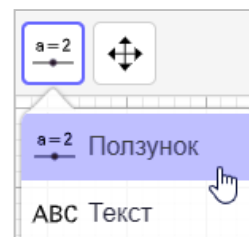
$a = g_1 f + d^2$
$= 37.62$

Примечание. Если надо визуализировать изучаемую величину, удобно использовать инструмент «Отрезок с фиксированной длиной» (кнопка ) , ведь в качестве его длины можно ввести любую величину или выражение.




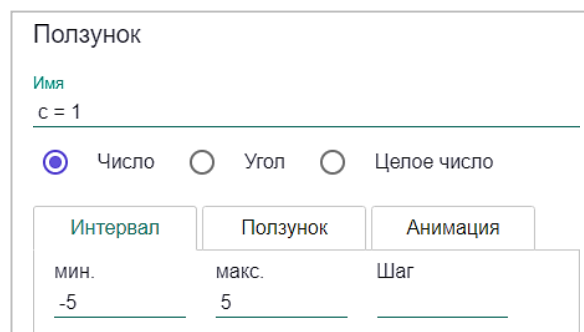
Ползунки

Ползунок (параметр) может понадобиться, если в задаче есть численный параметр, который удобнее варьировать отдельно от самой фигуры (например, количество сторон правильного многоугольника).

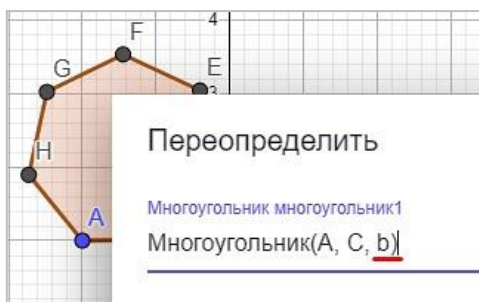


Для того, что добавить ползунок на чертеж используется

команда «Ползунок» (кнопка ) . После указания места на чертеже для ползунка появится окно с его настройками, которые можно корректировать: имя, величина (число или градусная мера), интервал, шаг и др.

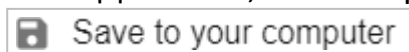


Примечание. Ползунок возникает также в панели объектов, если при построении объектов используется не числовое значение, а буквенная величина.

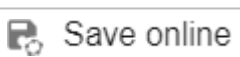



Сохранение / Представление результатов


Для того, что сохранить результаты своей работы используется команда



(кнопка  (правый верхний угол окна)).

Также свой чертеж можно сохранить онлайн и потом поделиться им с учащимися (команда ). Чертеж загружается в библиотеку на сайте Geogebra.org. В облаке чертежи можно сопроводить текстами и объединить в папку или в книгу GeoGebra Book, разбитую на главы (например, так организованы чертежи к этой книге: <https://www.geogebra.org/m/qsqknnua>).

Также можно настраивать доступ к чертежу и давать ссылку на него (кнопка  → команда «Поделиться»).

Также чертеж можно сохранять в других форматах (кнопка  → команда «Экспорт в виде...»).